KVANTITATIVNE METODE U GRAĐEVINSKOM MENADŽMENTU

predavanja 2017/18

METODE OPTIMIZACIJE I NJIHOVA PRIMJENA U GRAĐEVINARSTVU

1. **Operaciona istraživanja**
2. **Linearno programiranje**
   1. **grafička metoda** *(prikazano u prethodnom predavanju)*
   2. **simpleks metoda (Jordanove eliminacije)**
   3. **transportni problemi-** *(u narednom predavanju)*

materijal predavanja prof. Ž. Praščevića (2013/14 st. godina) na Građevinskom fakultetu u Podgorici
(koncipirano na osnovu knjige: Ž. Praščević, N. Praščević- Operaciona istraživanja u građevinarstvu, Beograd 2009)

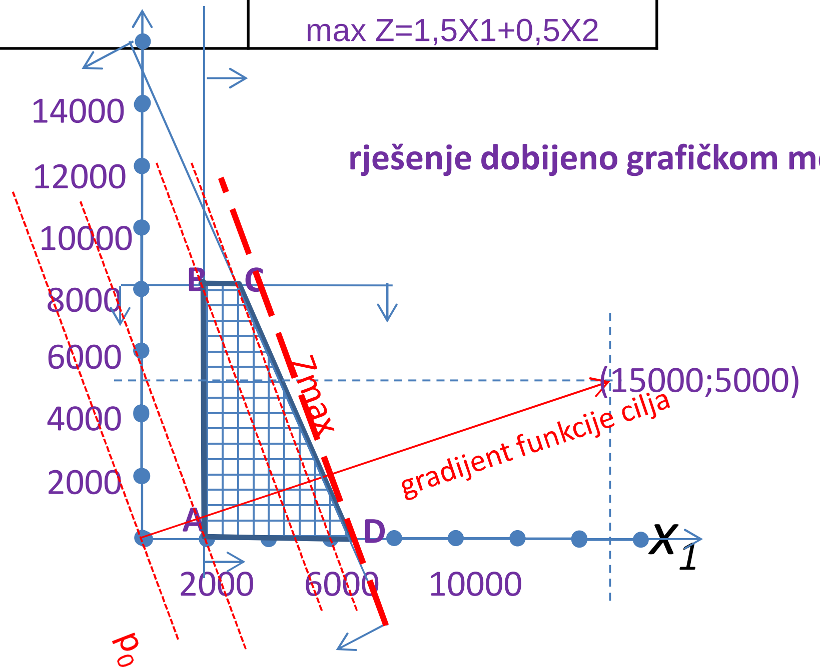
V11

Primjer: U jednom preduzeću postoje dva pogona za proizvodnju betonske galanterije. Prvi pogon proizvodi betonske ivičnjake, a drugi betonske blokove za zidanje. Tržište u određenom vremenskom periodu može da primi najviše 8000 komada betonskih blokova, a ugovorena je isporuka najmanje 2000 kom betonskih ivičnjaka. Za proizvodnju ivičnjaka se troši 0,02 m3 betona po jednom komadu, a za blokove se troši 0,01 m3 betona po komadu. Oba pogona se snabdijevaju iz jedne fabrike betona čiji je kapacitet za ovaj vremenski period 150 m3 betona. Prodajom ivičnjaka preduzeće ostvaruje dobit 1,5 €/kom, a prodajom blokova 0,5 €/kom. Odrediti plan proizvodnje koji će donijeti najveću dobit.

	POTROSNJA BETONA (M3/kom)		OGRANICENJE RESURSA (ogranicena proizvodnja/potrosnja betona m3 na sat, smjenu ili dan..)	FUNKCIJA CILJA
POGONI	IVICNJACI	BLOKOVI		
P1	0,02		≤150	
P2		0,01		
POTREBAN BROJ PROIZVODA (kom/h, ili smjenu,dan....)	X1≥2000	≤8000		
PROMJENLJIVE= BROJ PROIZVODA	X1	X2		
DOBIT (u novcanim jedinicama)	1,5	0,5		max Z=1,5X1+0,5X2

- **MATEMATIČKI MODEL**
  - USLOVI OGRANICENJA
    1) $0{,}02X_1+0{,}01X_2\leq 150$
    2) $X_1\geq 2000$
    3) $X_2\leq 8000$
  - prirodni uslovi nenegativnosti
    - $x_1\geq 0$
    - $x_2\geq 0$
  - FUNKCIJA CILJA
    - $\max Z=1{,}5X_1+0{,}5X_2$

rješenje dobijeno grafičkom metodom



Primjer za simpleks metodu sa Jordanovim koeficijentima

- USLOVI OGRANICENJA
  1) 0,02X1+0,01X2≤150
  2) X1≥2000
  3) X2≤8000
- prirodni uslovi nenegativnosti
  - x1≥0
  - x2≥0
- FUNKCIJA CILJA
  - max Z=1,5X1+0,5X2

1. sve uslove ograničenja svesti na oblik nejednačina sa znakom ≤ (one koji imaju oblik nejednakosti ≥, pomnožiti sa -1, ovdje smo to uradili sa ograničenjem br. 2)

$$(-1)x_1 \leq -2000$$

2. uslove ograničenja svesti na oblik jednačina uvođenjem dopunskih promjenljivih $\boldsymbol{u_i}$ (uvode se i kod ograničenja koja su već imala oblik jednačina, kako bi se i iz tih ograničenja najjednostavnije izračunale bazične promjenljive)

$$0{,}02x_1 + 0{,}01x_2 + u_1 = 150$$
$$(-1)x_1 + u_2 = -2000$$
$$x_1 + u_3 = 8000$$

3. dopunske promjenljive izabrati za bazične i preko njih izraziti sve jednačine

$$0{,}02(-x_1) + 0{,}01(-x_2) + 150 = u_1$$

$(-1)(-x_1) - 2000 = u_2$ - ovo je vještacka promjenljiva koja mora biti =0

$$(-x_1) + 8000 = u_3$$

3. funkciju cilja napisati u obliku $c_1(-x_1) + c_2(-x_2) + \cdots . + c_n(-x_n) + q = -z$

$$1{,}5(-x_1) + 0{,}5(-x_2) + q = -z$$

4. formirati početnu simpleks tabelu

pocetna	-X1	-X2	bi
u1	0,02	0,01	150
u2	-1		-2000
u3		1	8000
-Z	1,5	0,5	0

Primjer za simpleks metodu sa Jordanovim koeficijentima

6. izabrati ključni red, odnosno kolonu:
   - ako u tabeli postoji član ***bi<0,***
     - onda je ***i-ti*** red ključni red
     - ključnu kolonu izabrati na osnovu vrijednosti ***aij*** u ključnom redu i to tako da treba izabrati najmanju negativnu vrijednost ***aij<0***.

pocetna	-X1	-X2	bi
u1	0,02	0,01	150
u2	-1		-2000
u3		1	8000
-Z	1,5	0,5	0

7. izvršiti transformaciju koeficijenata u simpleks tabeli , prema formulama:

$$\hat{a}_{ij} = a_{ij} - a_{rj} a_{is} / a_{rs},$$
$$(i = 1,2,.....,m; \quad i \neq r; \quad j = 1,2,.....,n; \quad j \neq s),$$
$$\hat{a}_{rj} = a_{rj} / a_{rs}, \qquad (j = 1,2,.....,n; \quad j \neq s),$$
$$\hat{a}_{is} = -a_{is} / a_{rs}, \qquad (i = 1,2,.....,m; \quad i \neq r),$$
$$\hat{a}_{rs} = 1 / a_{rs}.$$

$$\hat{b}_i = b_i - a_{is} b_r / a_{rs}, \qquad (i = 1,2,.....,m; \quad i \neq r),$$
$$\hat{b}_r = b_r / a_{rs}.$$

$$\hat{c}_j = c_j - a_{rj} c_s / a_{rs}, \qquad (j = 1,2,.....,n; \quad j \neq s),$$
$$\hat{c}_s = -c_s / a_{rs}.$$

prva	-U2	-X2	bi
u1	0,02	0,01	110
x1	-1	0	2000
u3	0	1	8000
-z	1,5	0,5	-3000

8. Provjeriti da li su zadovoljeni uslovi optimalnosti: $\hat{c}_j \leq 0$, $\hat{b}_i \geq 0$ ***(i=1,2....m; j=1,2,....n)***
   - nisu, jer je cij>0, pa se iteracije nastavljaju od koraka 6 nadalje

Primjer za simpleks metodu sa Jordanovim koeficijentima

6. izabrati ključni red, odnosno kolonu:
   - ako su u tabeli svi ***bi≥0***, birati najprije ključnu kolonu:

     A. ako nijesu postojali uslovi ogranicenja sa znakom jednakosti
     - ključna kolona odgovara najvećoj pozitivnoj vrijednosti ***cj***
     - ključni red biramo na osnovu ***θi*** gdje je $\boldsymbol{\theta_i^{(p-1)}} \geq \boldsymbol{\hat{b}_i^{(p-1)}/\hat{a}_s^{(p-1)}}$ tako da biramo red koji ima najmanju nenegativnu vrijednost ***θi***
     - ***napomena za manji broj iteracija:*** ključni red i ključna kolona se mogu izabrati simultano ako se rukovodimo prirastom funkcije cilja koji zavisi od kolone ***j*** i reda ***i***, a koji je određen izrazom:

       $$\Delta \boldsymbol{z_j} = \boldsymbol{\hat{c}_j^{(p-1)} \cdot min \left| \theta_i^{(p-1)} \geq 0 \right| \geq 0}, \quad \text{odnosno:}$$

       » za svaku kolonu ***j*** kod koje je u datoj iteraciji $\boldsymbol{\hat{c}_j^{(p-1)}} > \boldsymbol{0}$, treba sračunati $\boldsymbol{\theta_i^{(p-1)}} \geq \boldsymbol{\hat{b}_i^{(p-1)}/\hat{a}_s^{(p-1)}}$

       » **treba sračunati** i prirast funkcije cilja ako bi kolona ***j*** bila izabrana za ključnu kolonu

       $$\Delta \boldsymbol{z_j} = \boldsymbol{\hat{c}_j^{(p-1)} \cdot min \left| \theta_i^{(p-1)} \geq 0 \right|}$$

       » od svih sračunatih $\Delta \boldsymbol{z_j}$, naći najveću pozitivnu vrijednost, a kolona ***j*** kojoj odgovara to $\Delta \boldsymbol{z_j}$ će biti ključna kolona

       » ključni red će biti red u kojem za tu kolonu imamo $\boldsymbol{min \left| \theta_i^{(p-1)} \geq 0 \right|}$

prva	-U2	-X2	bi	θ1	θ2
u1	0,02	0,01	110	5500	11000
x1	-1	0	2000	/	/
u3	0	1	8000	/	8000
-z	1,5	0,5	-3000	**8250**	4000

Primjer za simpleks metodu sa Jordanovim koeficijentima

7. izvršiti transformaciju koeficijenata u simpleks tabeli , prema formulama:

$$\hat{a}_{ij} = a_{ij} - a_{rj}a_{is} / a_{rs},$$
$$(i = 1,2,.....,m;\ \ i \neq r;\ \ j = 1,2,.....,n;\ \ j \neq s),$$
$$\hat{a}_{rj} = a_{rj} / a_{rs}, \quad (j = 1,2,.....,n;\ \ j \neq s),$$
$$\hat{a}_{is} = -a_{is} / a_{rs}, \quad (i = 1,2,.....,m;\ \ i \neq r),$$
$$\hat{a}_{rs} = 1 / a_{rs}.$$

$$\hat{b}_i = b_i - a_{is}b_r / a_{rs}, \quad (i = 1,2,.....,m;\ \ i \neq r),$$
$$\hat{b}_r = b_r / a_{rs}.$$

$$\hat{c}_j = c_j - a_{rj}c_s / a_{rs}, \quad (j = 1,2,.....,n;\ \ j \neq s),$$
$$\hat{c}_s = -c_s / a_{rs}.$$

druga	u1	x2	bi
u2	50	0,5	5500
x1	50	0,5	7500
u3	0	1	8000
-Z	-75	-0,25	-11250

8. Provjeriti da li su zadovoljeni uslovi optimalnosti: $\hat{c}_j \leq 0$, $\hat{b}_i \geq 0$ ***(i=1,2....m; j=1,2,....n)***

- **jesu, jer je cij>0 i bi>0, pa rešenje predstavlja optimalno rješenje:**

- bazične promjenljive:
- u2=5500
- **x1=7500**
- u3=8000

nebazične promjenljive

u1=0

x2=0

funkcija cilja ima maksimalnu vrijednost z=11250 novčanih jedinica

šta su u1, u2 i u3????

Literatura

- Ž. Praščević, N. Praščević: Operaciona istraživanja u građevinarstvu, Čugura print, Beograd, 2009,

- On line program za resavanje
  http://www.zweigmedia.com/RealWorld/simplex.html